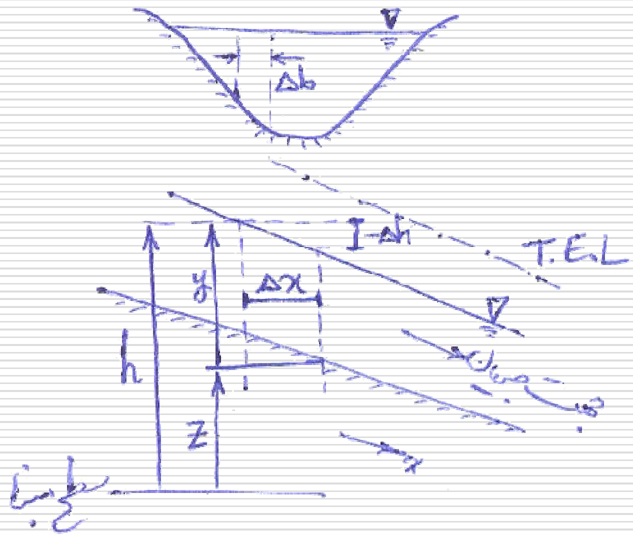
فصل ۴

مقاومت جریان



معادله مقاومت جریان

المان کوچکی با ابعاد $\Delta b, \Delta x, y$ در نظر بگیرید.

میزان بالا آمدن سطح آب: $\Delta h = h_2 - h_1$

شیبها را کوچک و توزیع فشار را هیدروستاتیکی در نظر بگیرید، اختلاف فشار در طول هر خط افقی طولی در المان $= P = \gamma h \Rightarrow \gamma \Delta h$

بنابراین در صورت کوچک بودن $\frac{\Delta h}{y}, \frac{\Delta z}{y}$ و اینکه علامت نیرو را در جهت جریان مثبت در نظر می گیریم، خواهیم داشت:

نیروی هیدروستاتیکی افقی بر المان = (اختلاف فشار)×(مساحت مقطع عرضی کانال) $= (-\gamma \Delta h)(y \Delta b)$

نیروی کل هیدروستاتیکی و افقی در مقطع عرضی کانال $= -\gamma A \Delta h$

لذا نیروی خالص در جهت حرکت برابر خواهد بود با $= -\gamma A \Delta h - \tau_0 P \Delta x$

فصل 4 معادله مقاومت جریان

- دو حالت را در نظر میگیریم:

  - جریان یکنواخت

$$a = 0 \Rightarrow \sum F = 0 \Rightarrow -\gamma A\Delta h - \tau_0 P\Delta x = 0$$

$$\Rightarrow \tau_0 = \gamma RS_0 \quad \left[S_0 = \sin\theta = -\overbrace{\frac{dz}{dx}}^{\tan\theta} = -\frac{dh}{dx} \;,\; R = \frac{A}{P} \right]$$

حالت کلی

- حالت کلی تر (جریان غیریکنواخت)

$\neq 0$ نیروی خالص $\Rightarrow 0 \neq$ شتاب : سرعت متوسط در جهت جریان تغییر می‌کند.

$v\dfrac{dv}{dx} =$ فقط شتاب جابجایی = شتاب در جریان غیر یکنواخت دائمی

این نیرو به آن جرم $\rho A \Delta x$ وارد می‌گردد.

$$F = ma \Rightarrow -\gamma A\Delta h - \tau_0 P\Delta h = (\rho A\Delta x)\left(v\frac{dv}{dx}\right)$$

$$\Rightarrow \tau_0 = -\gamma R\left(\frac{dh}{dx} + \frac{v}{g}\frac{dv}{dx}\right) = -\gamma R\frac{d}{dx}\left(h + \frac{v^2}{2g}\right) = -\gamma R\frac{dH}{dx} \Rightarrow \tau_0 = \gamma RS_f$$

- که در آن $S_f = -\dfrac{dH}{dx}$ شیب خط انرژی کل یا شیب اصطکاکی (friction slope) است. بنابراین برای حالتی از جریان $\tau_0 = \gamma RS$ و مهم این است که S را درست تفسیر کنیم: یعنی در جریان یکنواخت $S=S_0\ (=S_f)$ و در جریان غیر یکنواخت $S=S_f$

معادله شزی (Chezy Equation)

$$\tau_0 = \gamma RS \quad (1)$$

- درست مثل جریان در لوله، با تحلیل ابعادی در کانال باز می‌توانیم بدان دست یابیم، $\tau_0 = a\rho v^2$ که در آن a عددی بی حد است که لزوماً ثابت نیست ولی می‌تواند تابعی از زبری کانال، شکل مقطع کانال و عدد رینولدز باشد.

$$\tau_0 = f(R, v, \varepsilon, \rho, \mu)$$

تعداد پارامترها: $n=6$ تعداد کمیتهای اساسی فیزیکی: $m=3$

تعداد پارامترهای بی بعد طبق پی باکینگهام: $K=n-m = 6-3=3$

تحلیل ابعادی: پارامترتهای بی بعد مستقل $= \mathrm{Re}\left(=\dfrac{\rho v R}{\mu}\right), \dfrac{\varepsilon}{R}, \dfrac{\tau_0}{\rho v^2}$

$$\Rightarrow f\left(\mathrm{Re}, \frac{\varepsilon}{R}, \frac{\tau_0}{\rho v^2}\right) = 0 \quad , \frac{\tau_0}{\rho v^2} = f'\left(\mathrm{Re}, \frac{\varepsilon}{R}\right) = a$$

$$\Rightarrow \tau_0 = a\rho v^2 \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{g}{a} RS} \xrightarrow{c = \sqrt{g/a}} v = c\sqrt{RS}$$

فصل 4

- رابطه C با f: طبق معادله دارسی– ویسباخ

$$h_f = f\frac{L}{d}\cdot\frac{v^2}{g}$$

و با توجه به اینکه D=4R و اینکه $\frac{h_f}{L} = S_f \Leftarrow$

$$c = \sqrt{8g/f}$$

f : بدون بعد و $[c] = L^{\frac{1}{2}}T^{-1}$

- معادله مانینگ (Manning Equation)
  - در سیستم متریک :

$$C=\frac{R^{\frac{1}{6}}}{n}\ ,\ v=C\sqrt{RS}\Rightarrow v=\frac{R^{\frac{2}{3}}\sqrt{S}}{n}\times 1$$

$$Q=Av\Rightarrow Q=\frac{1}{n}AR^{\frac{2}{3}}\sqrt{S}$$

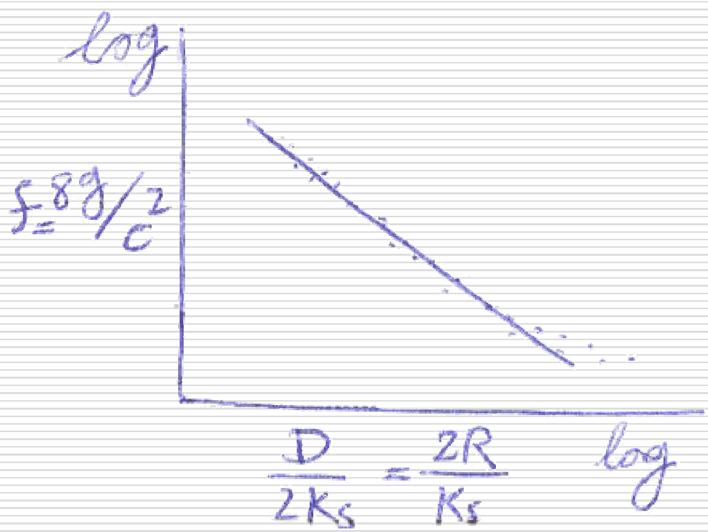
$$[1]=T^{-1}L^{\frac{1}{3}}$$

❖ عددی که اضافه کردیم،
برای این است که دو طرف معادله هم واحد باشند.

  - در سیستم آحاد انگلیسی :

$$1m=3.28ft\rightarrow\sqrt[3]{1m}=\sqrt[3]{3.28ft}=1.486\Rightarrow v=\frac{1.486R^{\frac{2}{3}}\sqrt{S}}{n}$$

- معادله مانینگ برای جریان زبر هیدرولیکی اعتبار دارد، اگر معادله ۴–۱۱ (روی دیاگرام مودی اصلاح شده) مربوط به جریان زیر را روی کاغذ لگاریتمی رسم کنیم:



$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \frac{c}{\sqrt{8g}} = 2\log\left(\frac{12R}{K_s}\right)$$

$$\Rightarrow f \propto \left(\frac{K_s}{R}\right)^{\frac{1}{3}} \propto \frac{g}{c^2} \Rightarrow c \propto \left(\frac{R}{K_s}\right)^{\frac{1}{6}}$$

معادله مانینگ

- از مقایسه رابطه اخیر با رابطه $C=\frac{R^{\frac{1}{6}}}{n}$ (مربوط به معادله مانینگ) نتیجه می گیریم که رابطه اخیر موید معادله مانینگ است و $n \propto K_s^{\frac{1}{6}}$

به هر حال رابطه خط مستقیم به صورت زیر است: $f=0.180\left(\frac{K_s}{D}\right)^{\frac{1}{3}}=0.113\left(\frac{K_s}{R}\right)^{\frac{1}{3}}$

اگر از d (قطر دانه های شن و نفوذ تنگ کف آبراهه ها) بجای K_s استفاده کنیم:

$$f=8\frac{g}{c^2}=0.113\left(\frac{d}{R}\right)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow c=\sqrt{\frac{8g}{0.113}}\cdot\left(\frac{R}{d}\right)^{\frac{1}{6}}=\frac{1.49R^{\frac{1}{6}}}{\underbrace{0.031d^{\frac{1}{6}}}_{\to n}}$$

که شبیه معادله مانینگ است به شرطی که $n=0.031d^{\frac{1}{6}}$ (d بر حسب ft است.)

حدود اعتبار معادله مانینگ: $n^6\sqrt{RS}\geq 1.9\times 10^{-13}$ (R بر حسب ft است.)

- رابطه اخیر از ۳ رابطه زیر به دست آمده است:

$$v^*=\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}=\sqrt{gRS} \quad , \quad 4<\frac{v^*K_s}{\upsilon}<100 \quad , \quad n=0.031d^{\frac{1}{6}}$$

- روشهای براورد ضریب n:

1. فرمولهای تجربی
   - روش اشریکلر برای کانالهای طبیعی $$n = \frac{d_{50}^{\frac{1}{6}}}{21.1}$$
   - فرمول Meyer برای رودخانه های کوهستانی $$n = \frac{d_{90}^{\frac{1}{6}}}{26}$$

2. استفاده از جدول: اگر از شرایط بستر اطمینان نداشته باشیم، باید n را دست بالا بگیریم، هر چند ممکن است موجب overdesign گردد.

3. روش US-SCS: اداره حفاظت خاک امریکا Soil coveraion service عوامل مؤثر بر مقاومت جریان : پوشش گیاهی، نامنظمی مقطع در راستای کانال فازبری جداره و عمق جریان n را تخمین زده و سپس با توجه به عوامل فوق آنها را تصحیح می نمایند.

روشهای براورد ضریب n

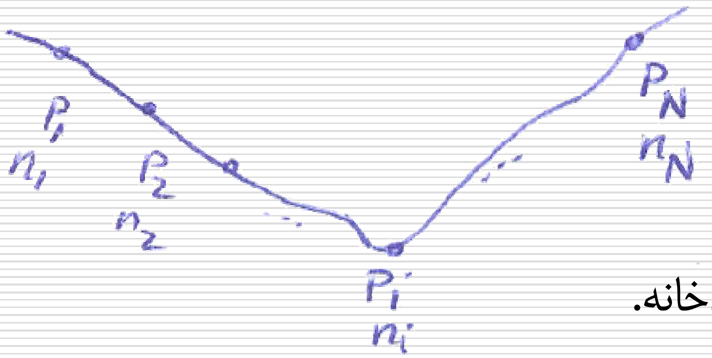
4. عکس و اسلاید US-GS

5. بهر حال، کالیبره کردن (واسنجی) مدل هیدرولیکی، n را باید اصلاح و تنظیم کنیم.
Calibration : verification (validation , confirmation)

6. به کمک معادله دارسی – ویسباخ:

$$f = 0.113\left(\frac{K_s}{R}\right)^{\frac{1}{3}}, h_f = f\frac{L}{D}\cdot\frac{v^2}{2g} = f\frac{L}{4R}\cdot\frac{v^2}{2g}$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{1}{f}\cdot\frac{h_f}{L}\cdot 4R\cdot 2g \Rightarrow v^2 = 8.25\frac{\sqrt{g}}{K_s^{\frac{1}{6}}}R^{\frac{2}{3}}\sqrt{S}$$



- زبری معادل (Equivalent Roughness)
  زبری مرکب (Composite Roughness)
  - مصادیق: کانالهای باز مصنوعی
    کانالهای آزمایشگاهی (فلوم) ، رودخانه.
  - n_i : زبری قطعه i ام
  - P_i : طول قطعه i ام
  - N : تعداد کل قطعات

$$S_0^{\frac{1}{2}} = \frac{v_1 n_1}{R_1^{\frac{2}{3}}} = \cdots = \frac{v_N n_N}{R_N^{\frac{2}{3}}} = \frac{v n_{eq}}{R^{\frac{2}{3}}}$$

- فرض بر این است که سرعت در تمام A_iها برابر و مساوی سرعت متوسط است.
  - V: سرعت متوسط در مقطع
  - N_{eq}: زبری معادل
  - R : شعاع هیدرولیکی در کل مقطع.

$$\left(\frac{A_i}{A}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{n_i P_i^{\frac{2}{3}}}{n_{eq} P^{\frac{2}{3}}} \Rightarrow A_i = A\frac{n_i^{\frac{3}{2}} P_i}{n_{eq}^{\frac{3}{2}} P} \quad , \quad A = \sum A_i$$

$$\Rightarrow A = \frac{A}{n_{eq}^{\frac{3}{2}} P} \cdot \sum (n_i^{\frac{3}{2}} P_i) \Rightarrow n_{eq} = \left(\frac{\sum n_i^{\frac{3}{2}} P_i}{P}\right)^{\frac{2}{3}}$$